Pflichtaufgaben

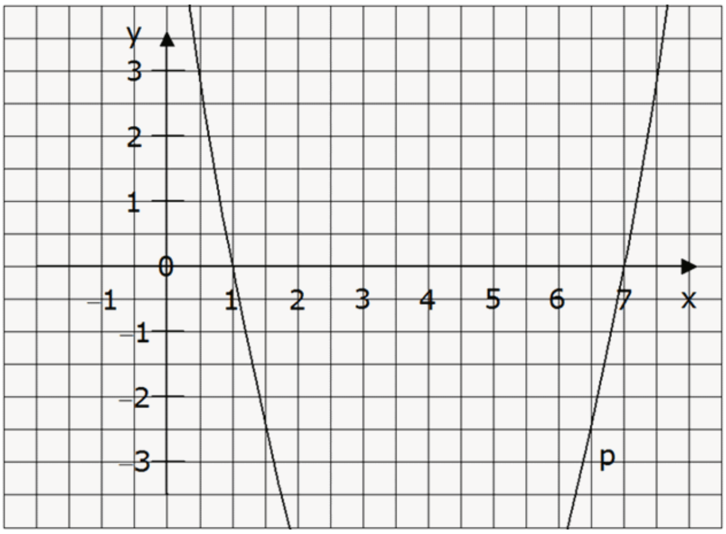
Aufgabe 2023 A2/4: 3,5 P

Die Abbildung zeigt den Ausschnitt einer verschobenen nach oben geöffneten Normalparabel p.

- Bestimmen Sie die Funktionsgleichung der Normalparabel p. Entnehmen Sie dazu geeignete Werte aus der Zeichnung.

Eine Gerade g schneidet die y-Achse im Punkt $T(0|2)$ und hat die Steigung $m = -2$.

- Berechnen Sie die Koordinaten der Schnittpunkte A und B der Parabel und der Geraden.



Lösung 2023 A2/4:

1. Berechnung der Funktionsgleichung der Parabel p:

$p: y = x^2 + px + q$ Allgemeine Parabelgleichung

$\left| \begin{array}{l} C(1|0) \\ D(7|0) \end{array} \right.$

Punktkoordinaten einsetzen

$$\left. \begin{array}{l} \text{I}: 0 = 1^2 + p \cdot 1 + q \\ \text{II}: 0 = 7^2 + p \cdot 7 + q \end{array} \right|$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{I}: 0 = 1 + p + q \\ \text{II}: 0 = 49 + 7p + q \end{array} \right|$$ Seiten tauschen

$$\left. \begin{array}{l} \text{I}': 1 + p + q = 0 \\ \text{II}': 49 + 7p + q = 0 \end{array} \right| \quad \begin{array}{l} \left| -1 - p \right. \\ \left| -49 - 7p \right. \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{I}'': q = -1 - p \\ \text{II}'': q = -49 - 7p \end{array} \right|$$ Gleichsetzungsverfahren

$\text{I}'' = \text{II}'' = -1 - p = -49 - 7p \quad | +49 + 7p$

$6p + 48 = 0 \quad | -48$

$6p = -48 \quad | :6$

$\underline{p = -8}$ p = - 8 in I'' einsetzen

$\text{I}'': q = -1 - (-8)$

$q = -1 + 8$

$\underline{q = 7}$

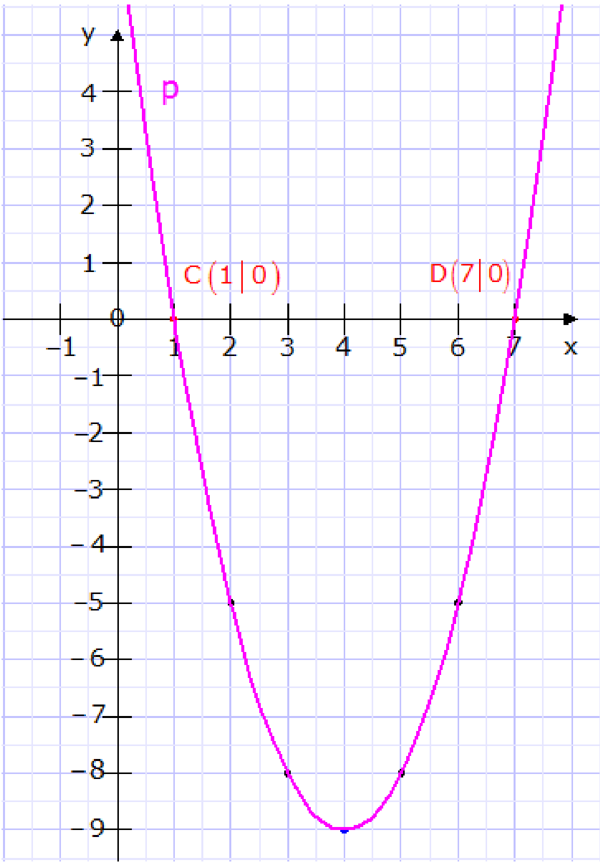
$p: y = x^2 - 8x + 7$ quadratische Ergänzung

$p: y = x^2 - 8x + 16 - 16 + 7$

$p: y = (x^2 - 8x + 16) - 16 + 7$

$p: y = (x - 4)^2 - 9$

$\underline{\underline{p: y = x^2 - 8x + 7 = (x - 4)^2 - 9}}$ Funktionsgleichung der Parabel



Lösung 2023 A2/4:

2. Berechnung der Funktionsgleichung der Geraden g:

$g: y = m \cdot x + b$ Allgemeine Geradengleichung

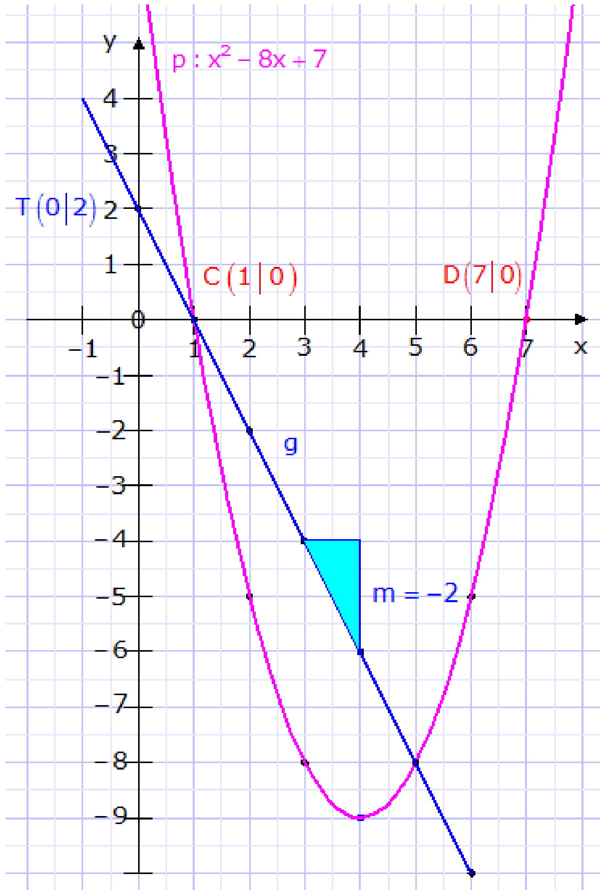
$y = -2 \cdot x + b$ $m = -2$

$2 = -2 \cdot 0 + b$ $T(0|2)$ Punktkoordinaten einsetzen

$2 = b$

$\underline{b = 2}$

$\underline{g: y = -2 \cdot x + 2}$



3. Berechnung der Koordinaten der Schnittpunkte A und B:

$$\left.\begin{array}{l} \text{I}: y = -2x + 2 \\ \text{II}: y = x^2 - 8x + 7 \end{array}\right|$$ Gleichsetzverfahren

$\text{II} = \text{I}: x^2 - 8x + 7 = -2x + 2 \quad | +2x - 2$

$x^2 - 6x + 5 = 0$ Quadratische Gleichung in der Normalform

$x^2 + px + q = 0$

$x^2 - 6x + 5 = 0$ p und q bestimmen

$p = -6$

$q = 5$

$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$ Lösungsformel

$x_{1,2} = -\frac{-6}{2} \pm \sqrt{\frac{(-6)^2}{4} - 5}$

$x_{1,2} = 3 \pm \sqrt{\frac{36}{4} - 5}$

$x_{1,2} = 3 \pm \sqrt{9 - 5}$

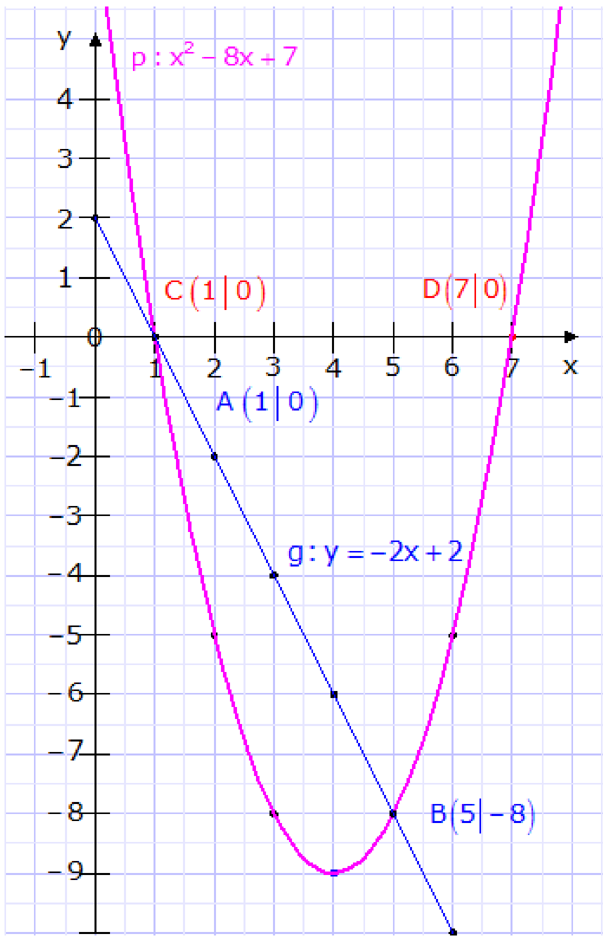
$x_{1,2} = 3 \pm \sqrt{4}$

$x_{1,2} = 3 \pm 2$

$\underline{x_1} = 3 + 2 = \underline{5}$

$\underline{x_2} = 3 - 2 = \underline{1}$

$y_1 = -2 \cdot x_1 + 2$ $x_1 = 5$ in I einsetzen



Lösung 2023 A2/4:

$y_1 = -2 \cdot 5 + 2$

$y_1 = -10 + 2$

$\underline{y_1 = -8}$ $\quad\Rightarrow \underline{\underline{B(5|-8)}}$

$y_2 = -2 \cdot x_2 + 2$ $\quad$ x_2 = 1 in I einsetzen

$y_2 = -2 \cdot 1 + 2$

$y_2 = -2 + 2$

$\underline{y_2 = 0}$ $\quad\Rightarrow \underline{\underline{A(1|0)}}$