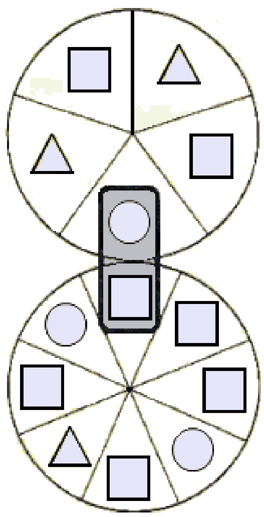
Wahlaufgaben

Aufgabe 2020 W4a:

5,5 P

Die beiden Glücksräder werden gedreht. Nachdem sie stehen bleiben, erkennt man im Sichtfenster eine Kombination zweier Symbole.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, zwei gleiche Symbole im Sichtfenster zu sehen?



Die Glücksräder werden für ein Glücksspiel eingesetzt. Dazu wird der abgebildete Gewinnplan geprüft.
Berechnen Sie den Erwartungswert.

Der Gewinnplan soll so verändert werden, dass das Spiel fair wird.

Wie hoch muss dann der Gewinn für das Ereignis "Kreis und Dreieck" sein, wenn alles andere unverändert bleibt?

Ereignis	Gewinn
gleiche Symbole	2,00 €
Kreis und Dreieck	4,00 €
restliche Möglichkeiten	kein Gewinn
Einsatz pro Spiel: 1,50 €	

Lösung 2020 W4a:

<u>1. Berechnung der Wahrscheinlichkeit für zwei gleiche Symbole</u>:

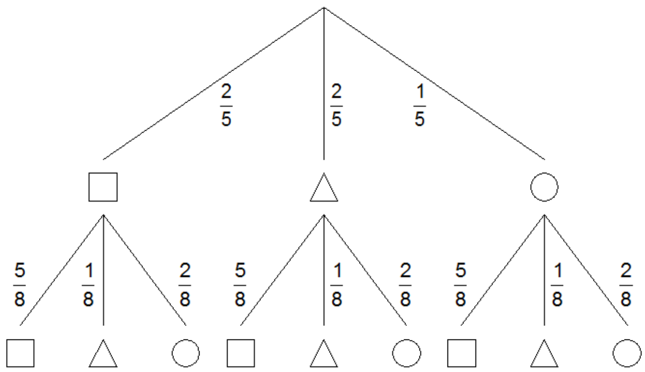
Für unsere Aufgabe gibt es 9 mögliche Ereignisse.
Das Experiment wird durch einen **Ereignisbaum** dargestellt.

Für das erste Rad ergeben sich folgende Wahrscheinlichkeiten:

□ $\frac{2}{5}$ △ $\frac{2}{5}$ ○ $\frac{1}{5}$

Für das zweite Rad ergeben sich folgende Wahrscheinlichkeiten:

□ $\frac{5}{8}$ △ $\frac{1}{8}$ ○ $\frac{2}{8}$



Für das Ereignis zwei gleiche Symbole ergeben sich folgende Wahrscheinlichkeiten:

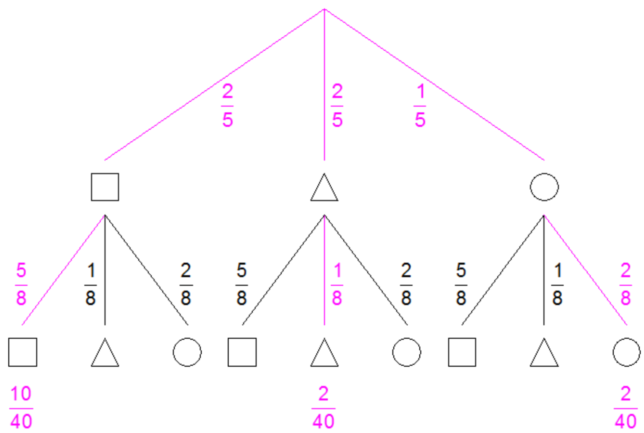
□□ $\frac{2}{5} \cdot \frac{5}{8} = \frac{10}{40}$

△△ $\frac{2}{5} \cdot \frac{1}{8} = \frac{2}{40}$

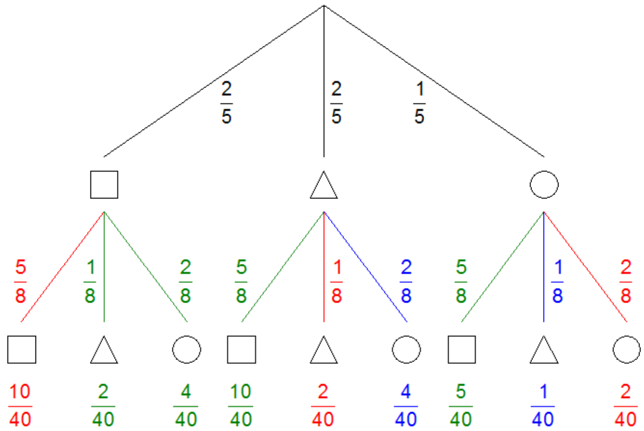
○○ $\frac{1}{5} \cdot \frac{2}{8} = \frac{2}{40}$

$$\frac{10}{40} + \frac{2}{40} + \frac{2}{40} = \frac{14}{40} = 0,35 = \frac{35}{100} = \underline{\underline{35\%}}$$

<u>Antwort:</u> Die Wahrscheinlichkeit zwei gleicher Symbole beträgt 35 %.



Lösung 2020 W4a:



2. Berechnung des Erwartungswertes:

Der Erwartungswert E berechnet sich nach folgender Formel:

$$E = x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 + \ldots + x_n \cdot p_n$$

wobei

$x_1 \cdots x_n$: Werte

$p_1 \cdots p_n$: Wahrscheinlichkeiten

Für dieses Glücksspiel gibt es n = 3 mögliche Ereignisse

1. zwei gleiche Symbole: □ □ oder △ △ oder ○ ○

2. Kreis und Dreieck: △ ○ oder ○ △

3. restliche Möglichkeiten: alle anderen

Es ergeben sich folgende Wahrscheinlichkeiten:

□ □ $\frac{10}{40}$

△ △ $\frac{2}{40}$

○ ○ $\frac{2}{40}$

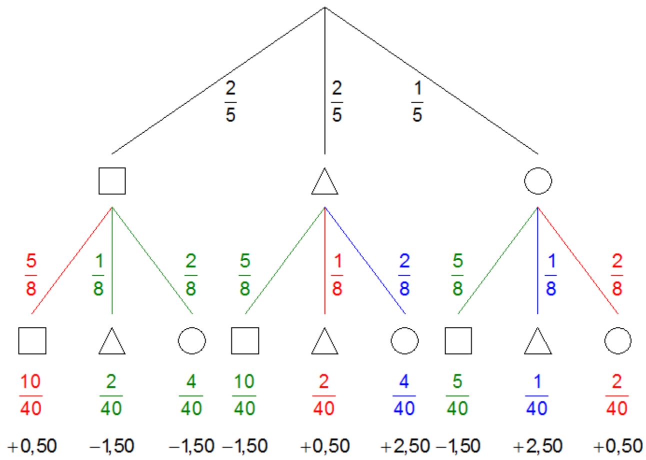
△ ○ $\frac{4}{40}$

○ △ $\frac{1}{40}$

alle anderen $\frac{21}{40}$

Es ergeben sich folgende Gewinnwerte:

□ □ △ △ ○ ○	Gleiche Symbole: man hat einen Gewinn von 2 €, muss aber den Kaufpreis von 1,50 € abziehen	+ 0,50
△ ○ ○ △	Kreis und Dreieck: man hat man einen Gewinn von 4 €, muss aber den Kaufpreis von 1,50 € abziehen	+ 2,50
alle anderen	man verliert den Einsatz von 1,50 €	- 1,50



$$E = x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 + \ldots + x_n \cdot p_n$$

$$E = 0,50 \cdot \frac{14}{40} + 2,50 \cdot \frac{5}{40} + (-1,50) \cdot \frac{21}{40}$$

$$E = \frac{7}{40} + \frac{12,5}{40} - \frac{31,5}{40}$$

$$E = -\frac{12}{40}$$

$$\underline{\underline{E = -0,30\,€}}$$

Antwort: Der Erwartungswert beträgt - 0,30 €

Lösung 2020 W4a:

3. Abänderung des Gewinnplans für ein faires Spiel:

$$E = x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 + \ldots + x_n \cdot p_n \qquad | E = 0 \text{ für faires Gewinnspiel}$$

$$0 = 0{,}50 \cdot \frac{14}{40} + (x - 1{,}50) \cdot \frac{5}{40} + (-1{,}50) \cdot \frac{21}{40}$$

$$0 = \frac{7}{40} + x \cdot \frac{5}{40} - 1{,}5 \cdot \frac{5}{40} - \frac{31{,}5}{40}$$

$$0 = \frac{7}{40} + x \cdot \frac{5}{40} - \frac{7{,}5}{40} - \frac{31{,}5}{40}$$

$$0 = x \cdot \frac{5}{40} - \frac{32}{40} \qquad \text{Seiten tauschen}$$

$$x \cdot \frac{5}{40} - \frac{32}{40} = 0 \qquad \left| + \frac{32}{40} \right.$$

$$x \cdot \frac{5}{40} = \frac{32}{40} \qquad \left| \cdot \frac{40}{5} \right.$$

$$\underline{\underline{x = 6{,}40\,€}}$$

Antwort: Für ein faires Spiel müsste der Gewinn für "Kreis und Dreieck" 6,40 € betragen.