

Wahlaufgaben

Aufgabe 2020 W3a:

Die nach oben geöffnete Normalparabel p_1 hat mit der x-Achse die Schnittpunkte $N_1(-5|0)$ und $N_2(-1|0)$. 5,5 P
Sie schneidet die y-Achse im Punkt A.

Die Parabel p_2 hat die Funktionsgleichung $y = x^2 - 6x + 11$ und schneidet die y-Achse im Punkt B.

Durch die Scheitelpunkte S_1 und S_2 der beiden Parabeln verläuft die Gerade g. Berechnen Sie die Funktionsgleichung der Geraden g.

Der Punkt C ist der Mittelpunkt der Strecke \overline{AB} .

Die Gerade h mit der Steigung $m = -1$ geht durch C.

Unter welchen Winkeln schneiden sich die Geraden g und h?

Begründen Sie Ihre Antwort durch Rechnung oder Argumentation.

Lösung 2020 W3a:

1. Berechnung des Scheitels der Parabel p_1 :

$$p_1: y = x^2 + px + q$$

Allgemeine Parabelgleichung

$$N_1(-5|0)$$

$$N_2(-1|0)$$

Punktkoordinaten einsetzen

$$I: 0 = (-5)^2 + p \cdot (-5) + q$$

$$II: 0 = (-1)^2 + p \cdot (-1) + q$$

$$I': 0 = 25 - 5p + q$$

$$II': 0 = 1 - p + q$$

Seiten tauschen

$$I': 25 - 5p + q = 0$$

$$II': 1 - p + q = 0$$

$$\begin{array}{l} -25 + 5p \\ -1 + p \end{array}$$

$$I'': q = -25 + 5p$$

$$II'': q = -1 + p$$

Gleichsetzungsverfahren

$$I'' = II'': -25 + 5p = -1 + p$$

$$4p = 24$$

$$\begin{array}{l} +25 - p \\ |:4 \end{array}$$

$$p = 6$$

$p = 6$ in II'' einsetzen

$$II''': q = -1 + 6$$

$$q = 5$$

$$p_1: y = x^2 + 6x + 5$$

quadratische Ergänzung

$$p_1: y = x^2 + 6x + 9 - 9 + 5$$

$$p_1: y = (x^2 + 6x + 9) - 9 + 5$$

$$p_1: y = (x + 3)^2 - 4$$

$$p_1: y = x^2 + 6x + 5 = (x + 3)^2 - 4$$

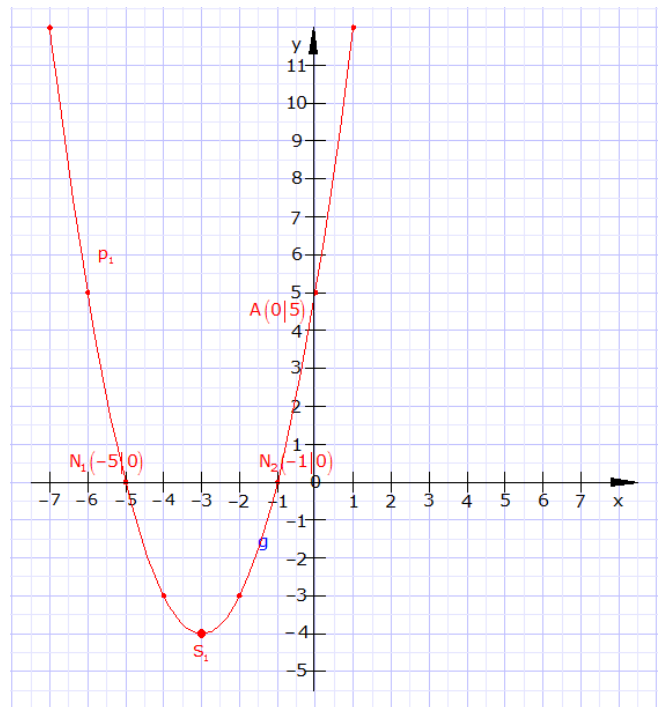
Funktionsgleichung der Parabel p_1

$$y = (x - b)^2 + d; S(b|d)$$

Scheitelform

$$y = (x - (-3)) + (-4); S(-3|-4)$$

$$S_1(-3|-4)$$



Lösung 2020 W3a:

2. Berechnung des Scheitels der Parabel p_2 :

$$y = x^2 - 6x + 11$$

quadratische Ergänzung

$$y = x^2 - 6x + 9 - 9 + 11$$

$$y = (x^2 - 6x + 9) - 9 + 11$$

$$y = (x - 3)^2 + 2$$

$$y = x^2 - 6x - 11 = (x - 3)^2 + 2$$

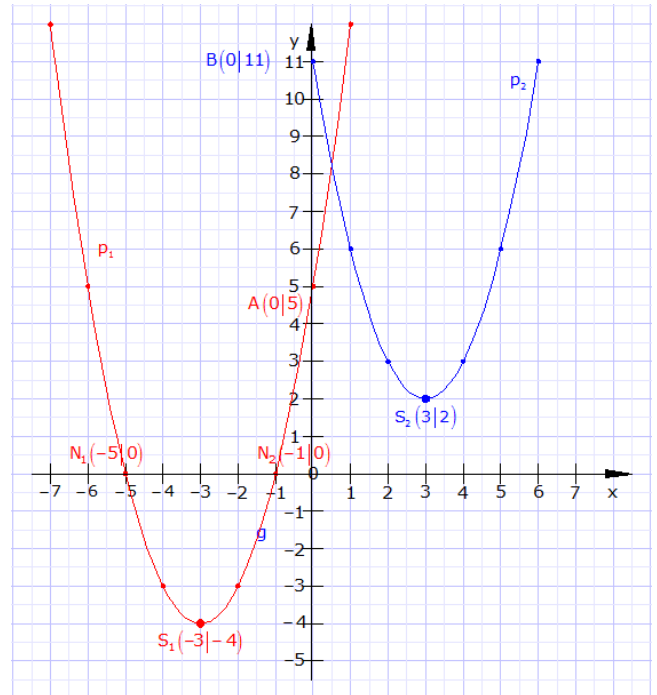
Funktionsgleichung der Parabel p_2

$$y = (x - b)^2 + d; S(b|d)$$

Scheitelform

$$y = (x - 3) + 2; S(3|2)$$

$$S_2(3|2)$$



3. Berechnung der Funktionsgleichung der Geraden g :

$$y = m \cdot x + b$$

Allgemeine Geradengleichung

$$S_1(-3|-4)$$

$$S_2(3|2)$$

Punktkoordinaten einsetzen

$$\text{I: } -4 = m \cdot (-3) + b$$

$$\text{II: } 2 = m \cdot 3 + b$$

$$\text{I': } -4 = -3m + b$$

$$\text{II': } 2 = 3m + b$$

Additionsverfahren

$$\text{I}' + \text{II}': -2 = 2b$$

Seiten tauschen

$$2b = -2$$

$$| : 2$$

$$b = -1$$

$b = -1$ in II' einsetzen

$$\text{II: } 2 = 3m - 1$$

Seiten tauschen

$$3m - 1 = 2$$

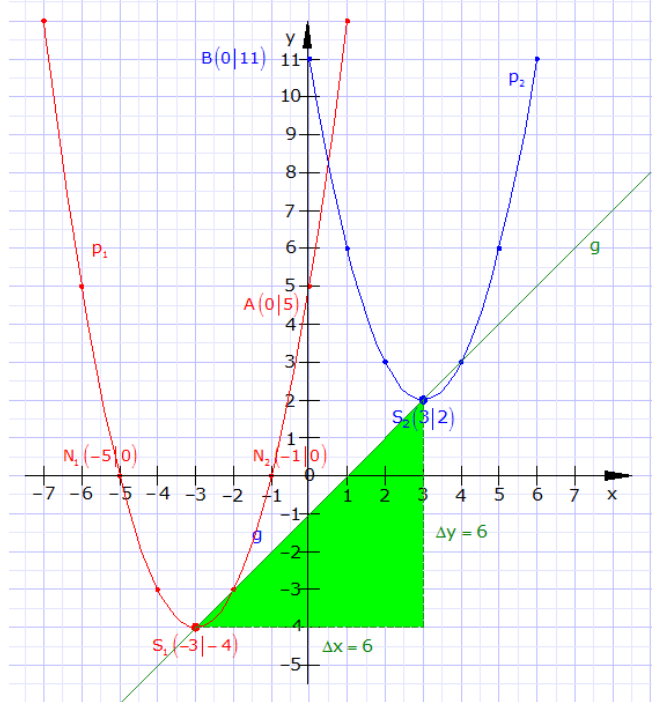
$$| + 1$$

$$3m = 3$$

$$| : 3$$

$$m = 1$$

$$\underline{\underline{g: y = x - 1}}$$



Lösung 2020 W3a:

4. Bestimmung des Winkels zwischen den Geraden g und h:

$$\left. \begin{array}{l} m_g = 1 \\ m_h = -1 \end{array} \right\} \Rightarrow g \perp h \Rightarrow \underline{\underline{\sphericalangle = 90^\circ}}$$

Antwort: Die Geraden g und h schneiden sich im Winkel von 90° .

