Wahlaufgaben

Aufgabe 2019 W3a:

Die nach oben geöffnete Normalparabel p_1 hat den Scheitelpunkt $S_1(2|2)$. **5,5 P**

Die nach unten geöffnete Normalparabel p_2 hat mit der x-Achse die Schnittpunkte $N_1(-2|0)$ und $N_2(2|0)$.

Berechnen Sie die Koordinaten des gemeinsamen Punktes T der beiden Parabeln.

Die Gerade g mit der Steigung $m = 2$ schneidet beide Parabeln ebenfalls im Punkt T.
Berechnen Sie die Gleichung von g.
Berechnen Sie die Winkel, unter denen sich die Gerade g und die y-Achse schneiden.

Geben Sie die Gleichung einer Parabel p_3 an, die weder mit p_1 noch mit p_2 einen gemeinsamen Punkt hat.

Lösung 2019 W3a:

__1. Berechnung der Funktionsgleichung der Parabel p_1:__

$y = (x-b)^2 + d;\ S(b|d)$ Scheitelgleichung

$y = (x-2)^2 + 2;\ S_1(2|2)$

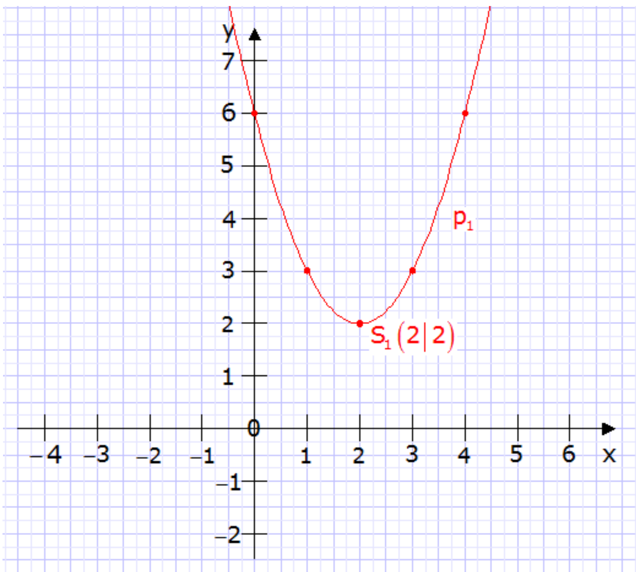
$y = (x-2)^2 + 2$ 2. binomische Formel

$y = x^2 - 4x + 4 + 2$

$y = x^2 - 4x + 4 + 2$ Zusammenfassen

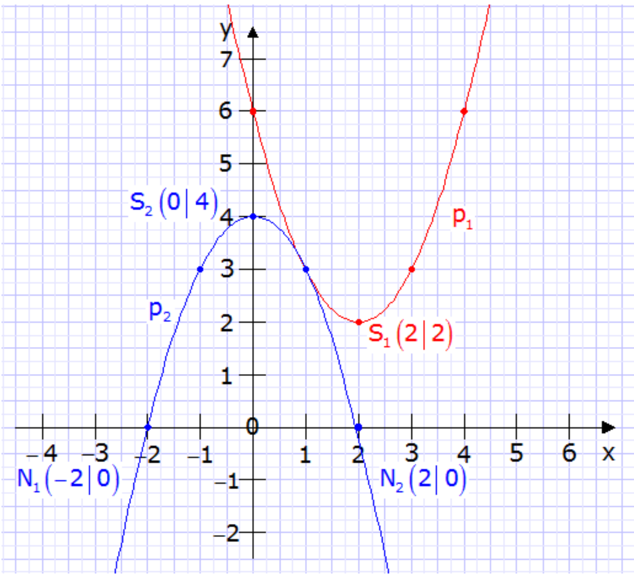
$y = x^2 - 4x + 6$

$\underline{p_1 : y = x^2 - 4x + 6}$



Lösung 2019 W3a:

2. Berechnung der Funktionsgleichung der Parabel p_2:



$p_2: y = -x^2 + px + q$ — Allgemeine Parabelgleichung

$\left| \begin{array}{l} N_1(-2|0) \\ N_2(2|0) \end{array} \right.$

Punktkoordinaten einsetzen

$$\left. \begin{array}{l} \text{I}: 0 = -(-2)^2 + p \cdot (-2) + q \\ \text{II}: 0 = -2^2 + p \cdot 2 + q \end{array} \right|$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{I}': 0 = -4 - 2p + q \\ \text{II}': 0 = -4 + 2p + q \end{array} \right|$$ Additionsverfahren

$\text{I}' + \text{II}': 0 = -4 - 2p + q - 4 + 2p + q$

$0 = -8 + 2q$ — Seiten tauschen

$-8 + 2q = 0$ $\quad |+8$

$2q = 8$ $\quad |:2$

$\underline{q = 4}$

$\text{III}: 0 = -2^2 + p \cdot 2 + 4$ — q = 4 in II einsetzen

$0 = -4 + 2p + 4$

$0 = 2p$ — Seiten tauschen

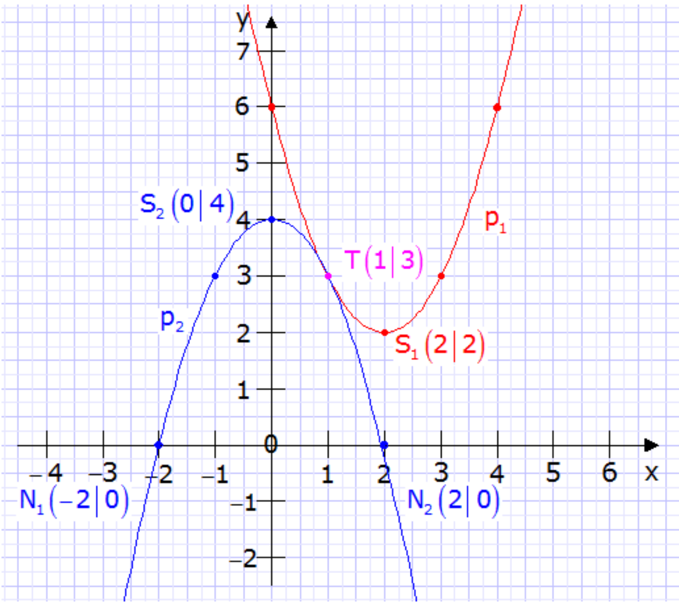
$2p = 0$ $\quad |:2$

$\underline{p = 0}$

$p_2: y = -x^2 + 0 \cdot x + 4$

$\underline{p_2: y = -x^2 + 4}$

3. Berechnung des Schnittpunktes T von p_1 und p_2:



$$\left. \begin{array}{l} \text{I}: y = x^2 - 4x + 6 \\ \text{II}: y = -x^2 + 4 \end{array} \right|$$ Gleichsetzungsverfahren

$\text{I} = \text{II}: x^2 - 4x + 6 = -x^2 + 4$ $\quad |+x^2 - 4$

$2x^2 - 4x + 2 = 0$ $\quad |:2$

$x^2 - 2x + 1 = 0$ — Quadratische Gleichung in der Normalform

$x^2 + px + q = 0$

$x^2 + (-2)x + 1 = 0$ — p und q bestimmen

$p = -2$

$q = 1$

$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$ — Lösungsformel

$x_{1,2} = -\frac{(-2)}{2} \pm \sqrt{\frac{(-2)^2}{4} - 1}$

$x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{\frac{4}{4} - 1}$

$x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{1 - 1}$

$x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{0}$

$x_{1,2} = 1 \pm 0$

$\underline{x_1 = x_2 = 1}$

$\text{II}: y = -(1)^2 + 4$ — x = 1 in II einsetzen

$y = -1 + 4$

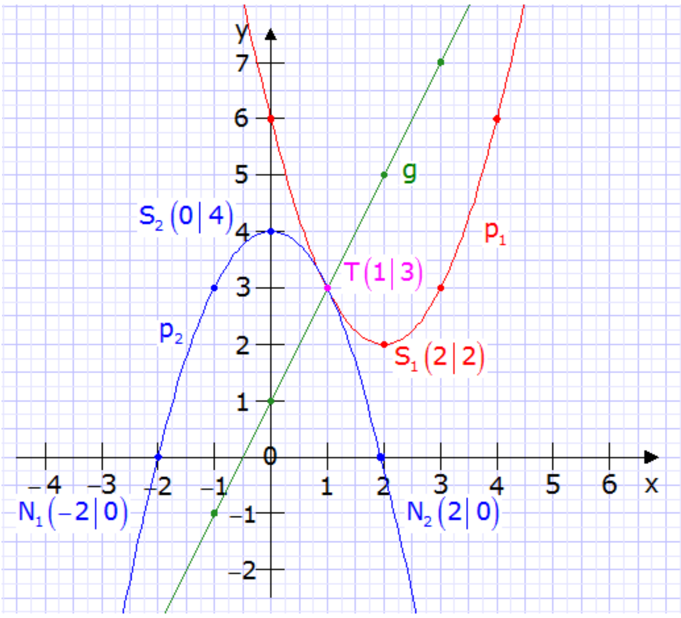
$\underline{y = 3}$

$\underline{y = 3} \quad \Rightarrow \quad \underline{\underline{T(1|3)}}$

Lösung 2019 W3a:

4. Berechnung der Funktionsgleichung der Geraden g:

$y = m \cdot x + b$	Allgemeine Geradengleichung
$y = 2x + b$	$m = 2$
$3 = 2 \cdot 1 + b$	Koordinaten des Punktes T einsetzen
$3 = 2 + b$	Seiten tauschen
$2 + b = 3$	$\vert -2$
$\underline{b = 1}$	
$\underline{\underline{g: y = 2x + 1}}$	



5. Berechnung der Winkel α_1 und α_2:

$$\tan\alpha_1 = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}} = \frac{1}{2}$$

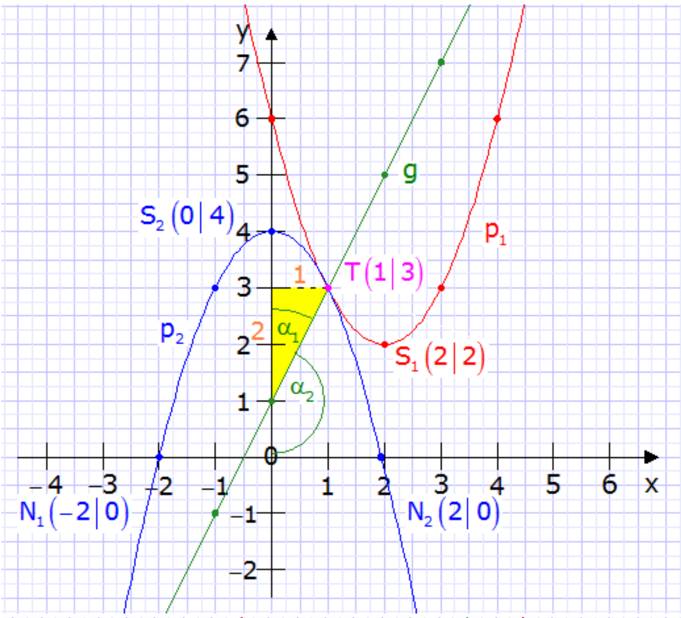
$$\tan\alpha_1 = 0,5$$

$$\underline{\underline{\alpha_1 = 26,6^\circ}}$$

$$\alpha_2 = 180^\circ - \alpha_1$$

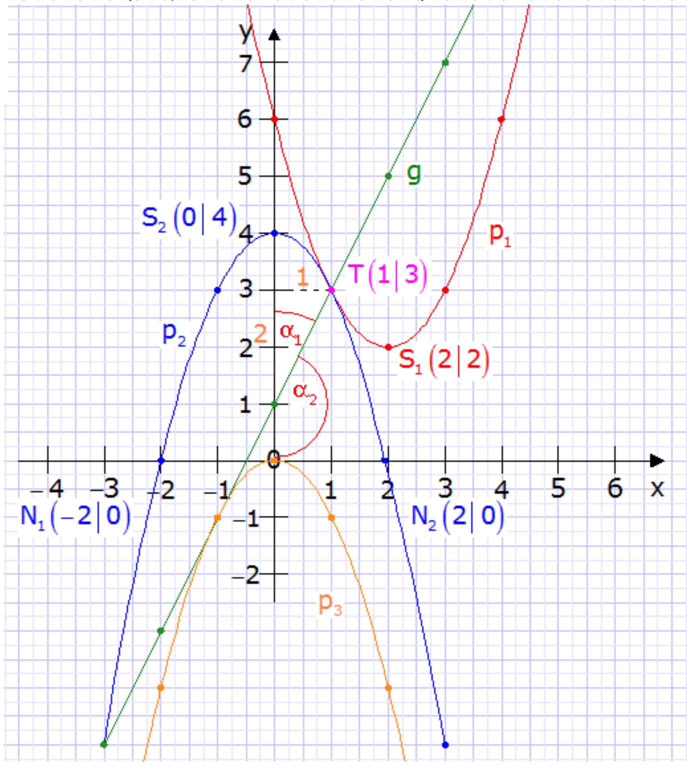
$$\alpha_2 = 180^\circ - 26,6^\circ$$

$$\underline{\underline{\alpha_2 = 153,4^\circ}}$$



6. Bestimmung der Funktionsgleichung der Parabel p_3:

$$\underline{\underline{p_3: y = -x^2}}$$



Lösung 2019 W3a:

6. Bestimmung der Funktionsgleichung der Parabel p_3:

$p_3 : y = -x^2$