Pflichtaufgaben

Aufgabe 2019 P3:

4 P

Ein zusammengesetzter Körper besteht aus einem Würfel und zwei quadratischen Pyramiden.
Die Pyramiden haben die gleiche Höhe.

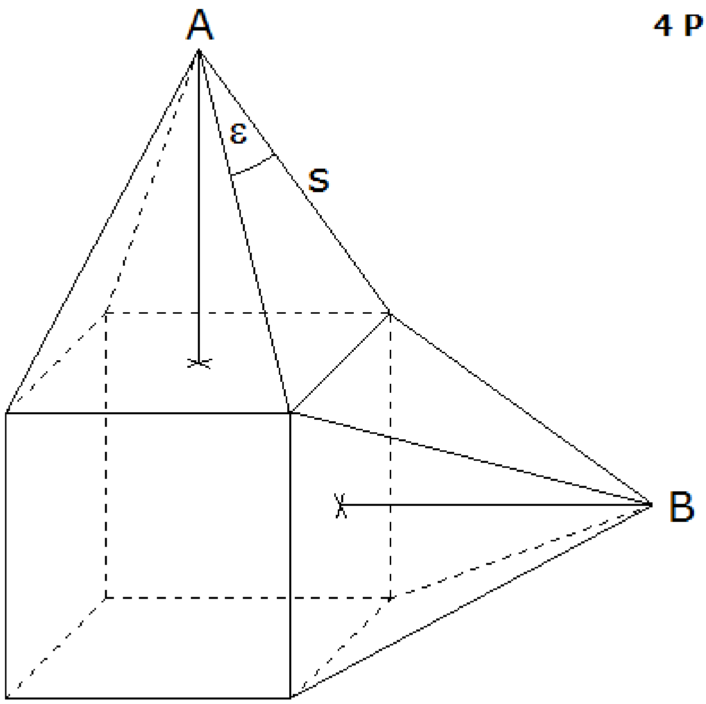
Es gilt:

$s = 8{,}5\,cm$

$\varepsilon = 41{,}4°$

Berechnen Sie den Oberflächeninhalt des zusammengesetzten Körpers.

Wie weit sind die beiden Pyramidenspitzen A und B voneinander entfernt?



Strategie 2019 P3:

Gegeben:

Würfel und quadratische Pyramide

$s = 8{,}5\,cm$

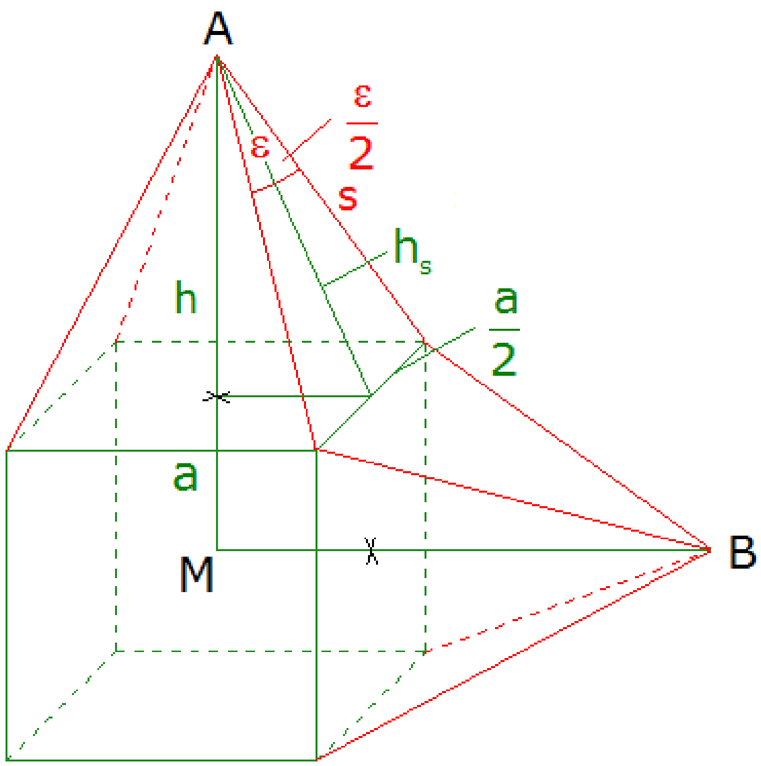
$\varepsilon = 41{,}4°$

Gesucht:

O_{gesamt}

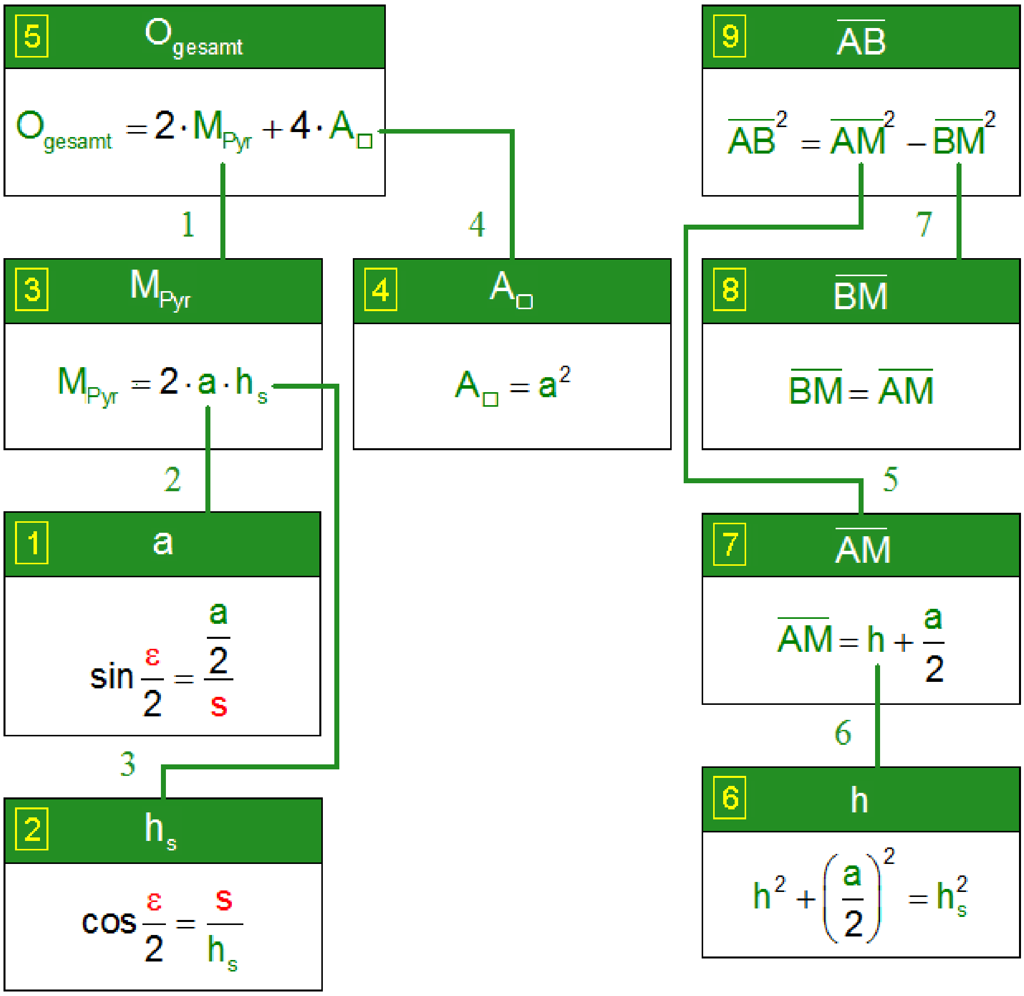
$\overline{AB}$

Skizze:



Strategie 2019 P3:

Struktogramm:

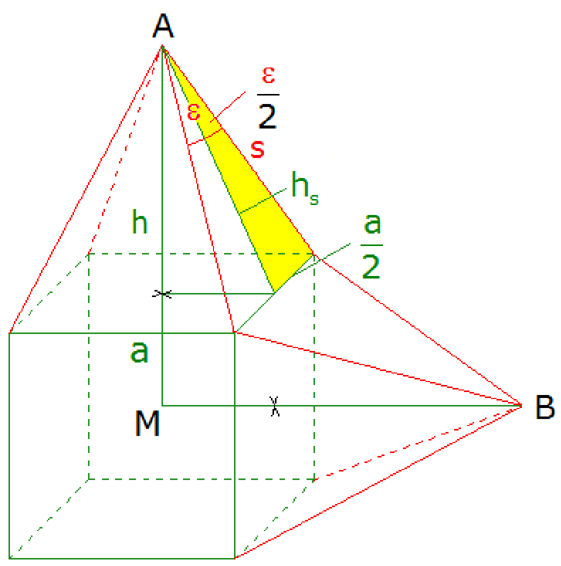


Lösung 2019 P3:

__1. Berechnung der Würfelseite a:__

$$\sin\frac{\varepsilon}{2} = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{\frac{a}{2}}{s}$$

Sinusfunktion im rechtwinkligen gelben Teildreieck



$$\sin\frac{41,4^\circ}{2} = \frac{\frac{a}{2}}{8,5}$$

$$\sin 20,7^\circ = \frac{\frac{a}{2}}{8,5}$$

$$0,3535 = \frac{\frac{a}{2}}{8,5}$$

Seiten tauschen

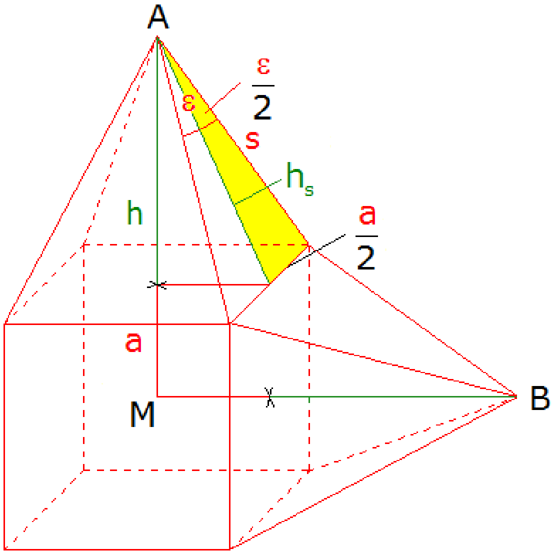
$$\frac{\frac{a}{2}}{8,5} = 0,3535 \qquad | \cdot 8,5$$

$$\frac{a}{2} = 3 \qquad | \cdot 2$$

$$\underline{a = 6\,\text{cm}}$$

Lösung 2019 P3:

2. Berechnung der Höhe der Seitenfläche h_s:



$$\cos\frac{\varepsilon}{2} = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{h_s}{s}$$ Kosinusfunktion im rechtwinkligen gelben Teildreieck

$$\cos\frac{41{,}4^\circ}{2} = \frac{h_s}{8{,}5}$$

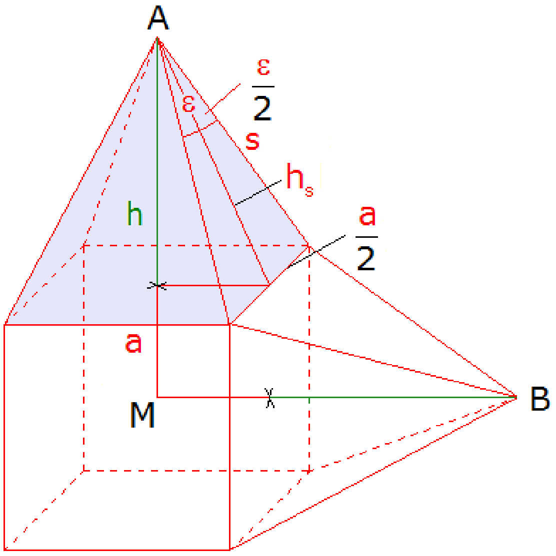
$$\cos 20{,}7^\circ = \frac{h_s}{8{,}5}$$

$$0{,}9354 = \frac{h_s}{8{,}5}$$ Seiten tauschen

$$\frac{h_s}{8{,}5} = 0{,}9354 \qquad |\cdot 8{,}5$$

$$\underline{h_s = 7{,}95\,\text{cm}}$$

3. Berechnung des Pyramidenmantels M_{Pyr}:

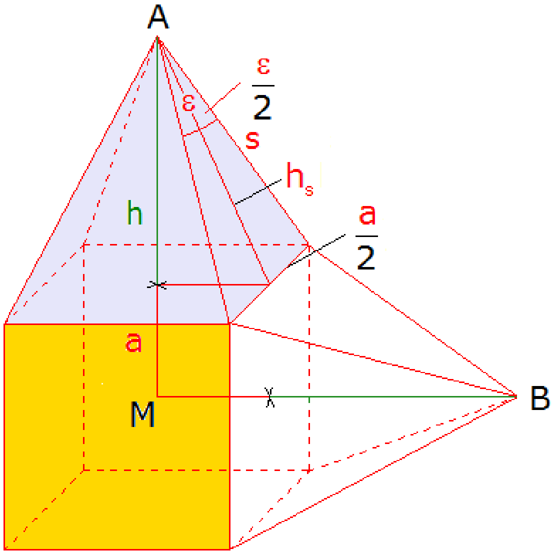


$$M_{Pyr} = 2 \cdot a \cdot h_s$$

$$M_{Pyr} = 2 \cdot 6 \cdot 7{,}95$$

$$\underline{M_{Pyr} = 95{,}4\,\text{cm}^2}$$

4. Berechnung der Würfelseitenfläche $A_\square$:



$$A_\square = a^2$$

$$A_\square = 6^2$$

$$\underline{A_\square = 36\,\text{cm}^2}$$

Lösung 2019 P3:

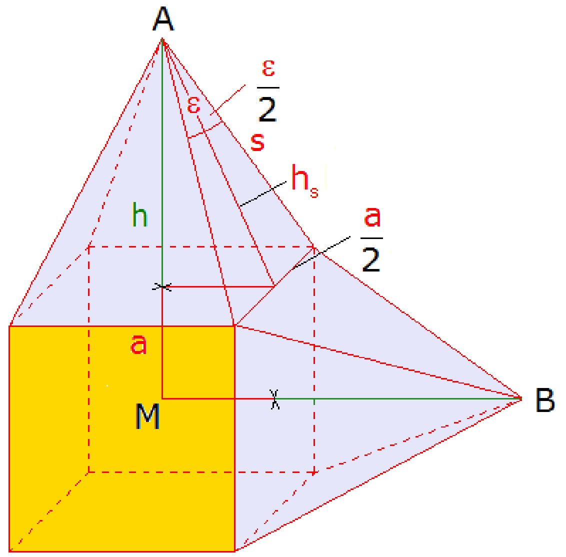
5. Berechnung der Gesamtoberfläche :

$$O_{gesamt} = 2 \cdot M_{Pyr} + 4 \cdot A_{\square}$$

$$O_{gesamt} = 2 \cdot 95,4 + 4 \cdot 36$$

$$O_{gesamt} = 190,8 + 144$$

$$\underline{\underline{O_{gesamt} = 334,8\,cm^2}}$$



6. Berechnung der Pyramidenhöhe h:

$$h^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = h_s^2$$

Pythagoras im rechtwinkligen hellblauen Teildreieck

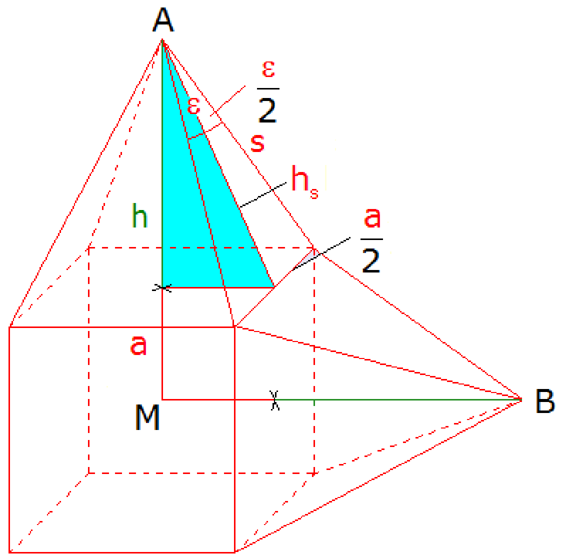
$$h^2 + \left(\frac{6}{2}\right)^2 = 7,95^2$$

$$h^2 + 3^2 = 7,95^2$$

$$h^2 + 9 = 63,2 \qquad |-9$$

$$h^2 = 54,2 \qquad |\sqrt{}$$

$$\underline{h = 7,36\,cm}$$



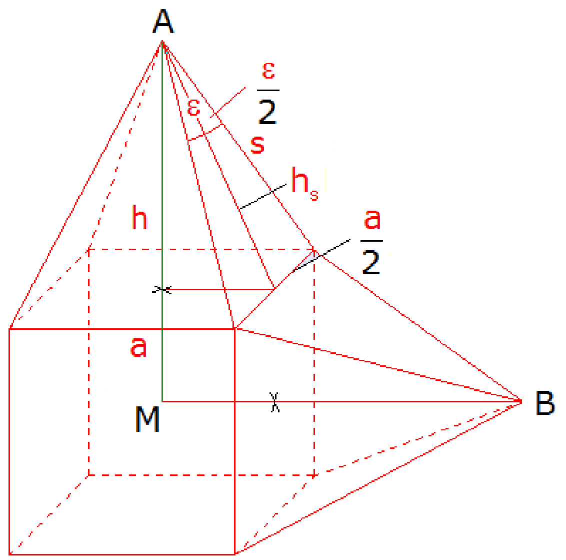
7. Berechnung der Strecke $\overline{AM}$:

$$\overline{AM} = h + \frac{a}{2}$$

$$\overline{AM} = 7,36 + \frac{6}{2}$$

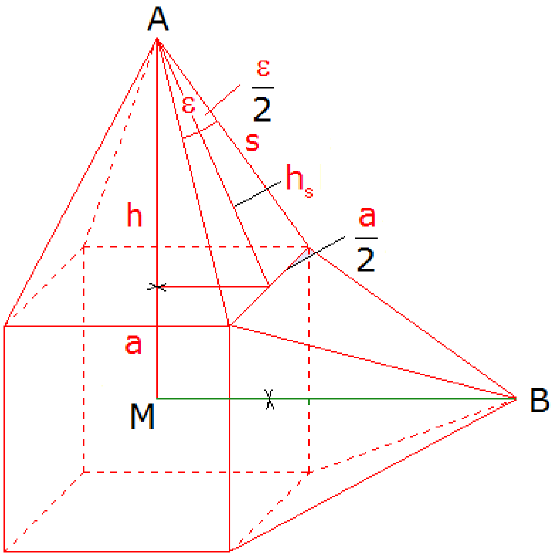
$$\overline{AM} = 7,36 + 3$$

$$\underline{\overline{AM} = 10,36\,cm}$$



Lösung 2019 P3:

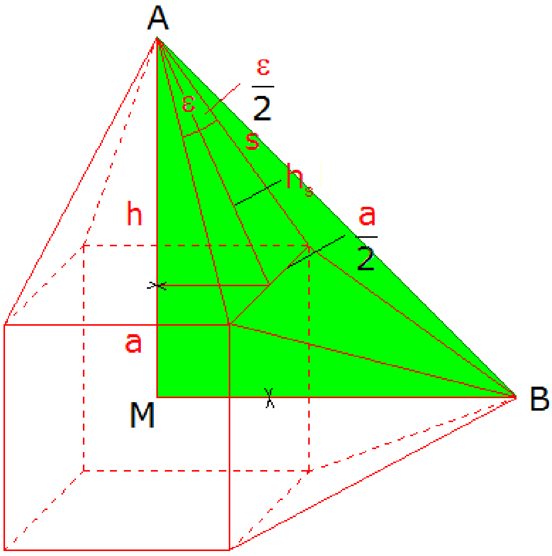
8. Berechnung der Strecke $\overline{BM}$:



$\overline{BM} = \overline{AM}$

$\overline{BM} = 10{,}36\,\text{cm}$

9. Berechnung der Strecke $\overline{AB}$:



$\overline{AB}^2 = \overline{AM}^2 + \overline{BM}^2$ Pythagoras im rechtwinkligen hellgrünen Dreieck

$\overline{AB}^2 = 10{,}36^2 + 10{,}36^2$

$\overline{AB}^2 = 107{,}33 + 107{,}33$

$\overline{AB}^2 = 214{,}66 \quad \big| \sqrt{}$

$\overline{AB} = 14{,}65\,\text{cm}$