Wahlaufgaben

Aufgabe 2017 W3b:

Die Parabel p_1 mit $y = \frac{1}{4}x^2 - 4$ und die nach oben geöffnete Normalparabel p_2 **5 P**

mit dem Scheitel $S_2(1,5|-3,25)$ haben einen gemeinsamen Punkt R.

Die Gerade h geht durch den Ursprung $(0|0)$ und den Punkt R.

Bestimmen Sie die Funktionsgleichung der Geraden h.

Die Schnittpunkte der Parabel p_1 mit der x-Achse und der Punkt R bilden ein ein Dreieck.

Bestimmen Sie den Flächeninhalt dieses Dreiecks.

Bastian behaupted: "Die Gerade h halbiert den Flächeninhalt des Dreiecks."

Hat Bastian recht?

Begründen Sie Ihre Antwort durch Rechnung oder Argumentation.

Lösung 2017 W3b:

1. Berechnung der Funktionsgleichung der Parabel p_2:

$y = (x-b)^2 + d\;;\; S(b|d)$ Scheitelgleichung

$y = (x-1,5)^2 + (-3,25)\;;\; S(1,5|-3,25)$

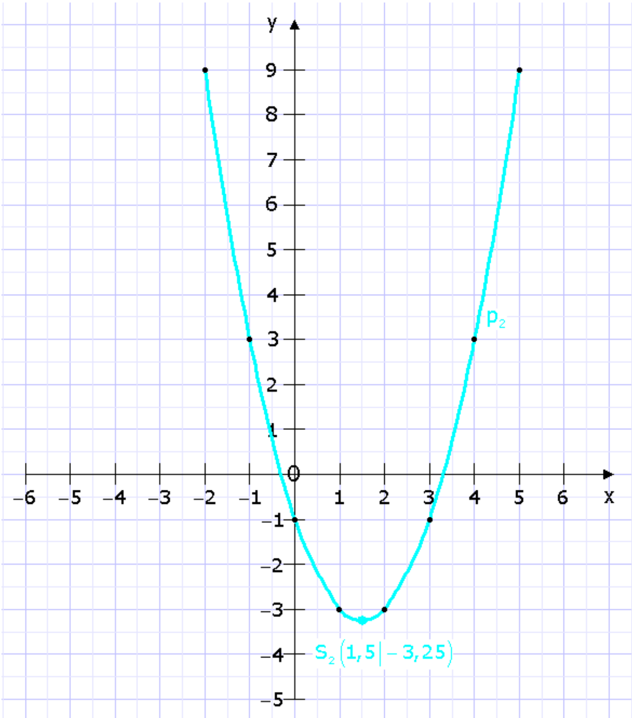
$y = (x-1,5)^2 - 3,25$ 2. binomische Formel

$y = x^2 - 3x + 2,25 - 3,25$

$y = x^2 - 3x + 2,25 - 3,25$ Zusammenfassen

$y = x^2 - 3x - 1$

$\underline{p_2 : y = x^2 - 3x - 1}$



2. Berechnung des Schnittpunktes R der Parabeln p_1 und p_2:

$$\left.\begin{array}{l} p_1 : y = \frac{1}{4}x^2 - 4 \\ p_2 : y = x^2 - 3x - 1 \end{array}\right|$$ Gleichsetzverfahren

$p_1 = p_2 : \frac{1}{4}x^2 - 4 = x^2 - 3x - 1$ Seiten tauschen

$x^2 - 3x - 1 = \frac{1}{4}x^2 - 4 \quad \left| -\frac{1}{4}x^2 + 4 \right.$

$\frac{3}{4}x^2 - 3x + 3 = 0 \quad \left| \cdot\frac{4}{3} \right.$

$x^2 - 4x + 4 = 0$ Quadratische Gleichung in der Normalform

$x^2 + px + q = 0$

$x^2 - 4x + 4 = 0$ p und q bestimmen

Lösung 2017 W3b:

$p = -4$

$q = 4$

$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$ Lösungsformel

$x_{1,2} = -\frac{-4}{2} \pm \sqrt{\frac{(-4)^2}{4} - 4}$

$x_{1,2} = 2 \pm \sqrt{\frac{16}{4} - 4}$

$x_{1,2} = 2 \pm \sqrt{4 - 4}$

$x_{1,2} = 2 \pm \sqrt{0}$

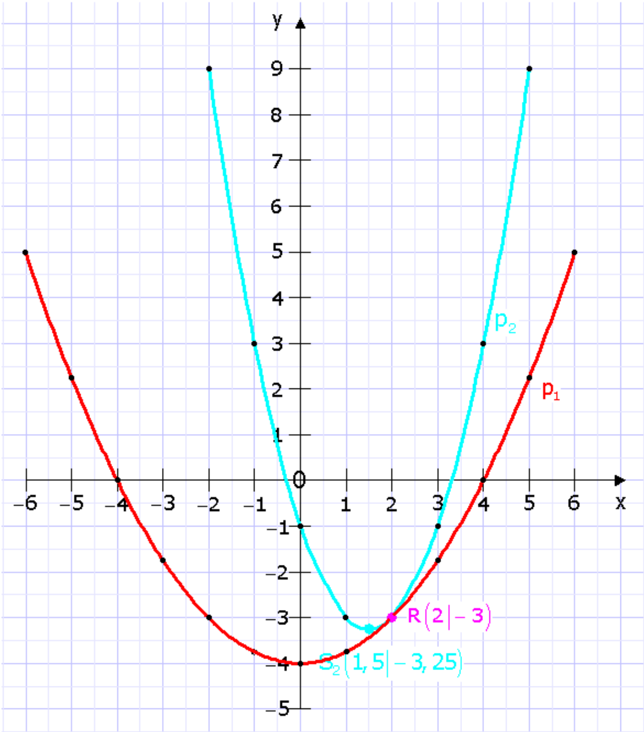
$x_{1,2} = 2 \pm 0$

$\underline{x = 2}$ $x = 2$ in p_2 einsetzen

$p_2 : y = 2^2 - 3 \cdot 2 - 1$

$\underline{y} = 4 - 6 - 1 = \underline{-3}$

$\underline{R(2|-3)}$



3. Berechnung der Funktionsgleichung der Geraden h:

$y = m \cdot x + b$ Allgemeine Geradengleichung

$\left| \begin{array}{l} R(2|-3) \\ U(0|0) \end{array} \right.$

Punktkoordinaten einsetzen

$\left. \begin{array}{l} \mathrm{I}: -3 = m \cdot 2 + b \\ \mathrm{II}: \quad 0 = m \cdot 0 + b \end{array} \right|$

$\left. \begin{array}{l} \mathrm{I}': -3 = 2m + b \\ \mathrm{II}': \quad 0 = b \end{array} \right|$ Seiten tauschen

$\mathrm{II}': \underline{b = 0}$ b = 0 in I' einsetzen

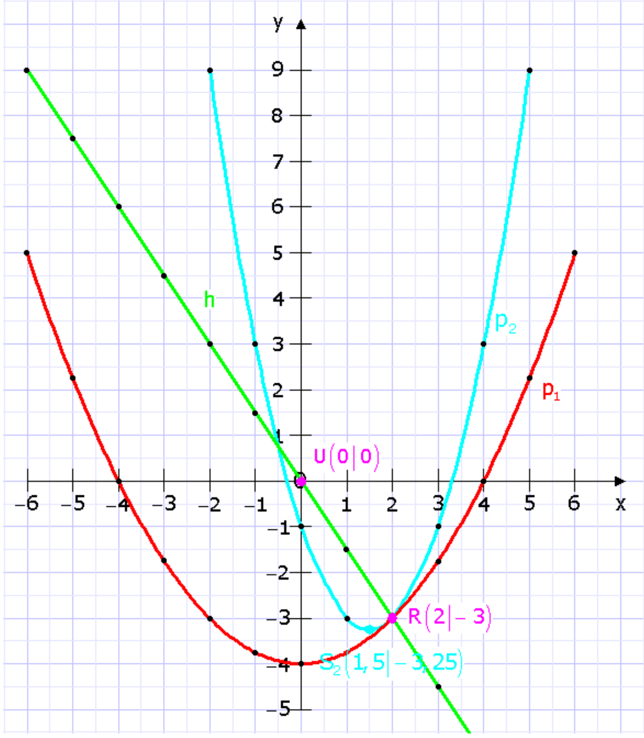
$\mathrm{I}': -3 = 2m + 0$

$-3 = 2m$ Seiten tauschen

$2m = -3$ $|:2$

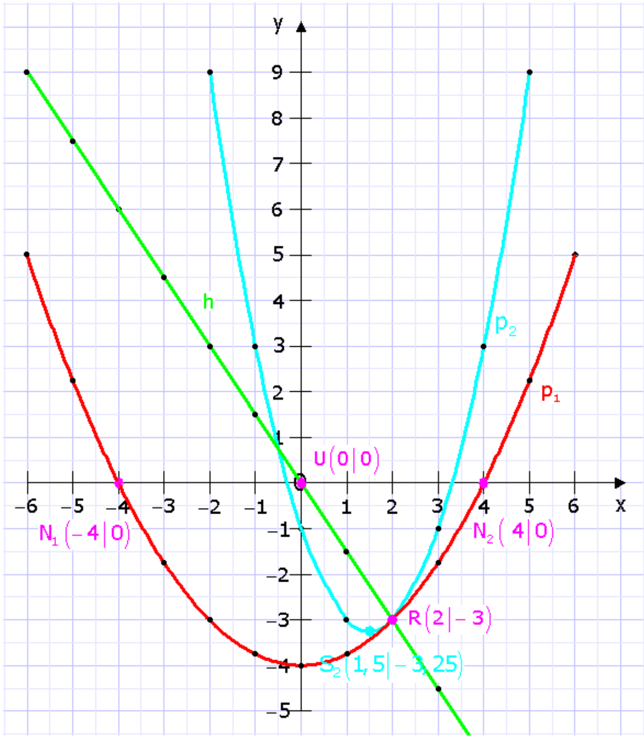
$\underline{m = -1,5}$

$\underline{h : y = -1,5x}$



Lösung 2017 W3b:

4. Berechnung der Nullstellen N_1 und N_2 von p_1:



$$\text{I}: y = \frac{1}{4}x^2 - 4$$
$$\text{II}: y = 0$$

Gleichsetzverfahren

$$\text{I} = \text{II}: \frac{1}{4}x^2 - 4 = 0 \qquad | \cdot 4$$

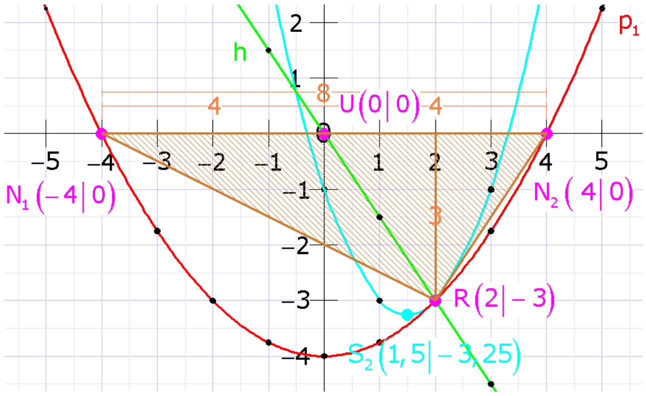
$$x^2 - 16 = 0 \qquad | +16$$

$$x^2 = 16 \qquad | \sqrt{}$$

$$\underline{x_1 = 4} \Rightarrow \underline{N_2(4|0)}$$

$$\underline{x_2 = -4} \Rightarrow \underline{N_1(-4|0)}$$

5. Berechnung des Flächeninhalts des Dreiecks N_1N_2R:



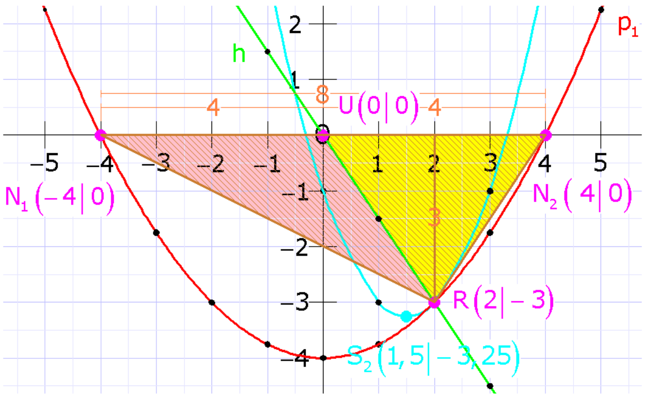
$$A_{N_1N_2R} = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h'$$

$$A_{N_1N_2R} = \frac{1}{2} \cdot \overline{N_1N_2} \cdot h'$$

$$A_{N_1N_2R} = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 3$$

$$\underline{\underline{A_{N_1N_2R} = 12\,FE}}$$

6. Überprüfung der Behauptung von Bastian:



$$A_{N_1RU} = A_{N_2RU} = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h$$ siehe gelbes bzw. rosa Dreieck

$$A_{N_1RU} = A_{N_2RU} = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 3$$

$$\underline{A_{N_1RU} = A_{N_2RU} = 6\,FE}$$

Antwort: Bastian hat Recht.