Wahlaufgaben

Aufgabe 2016 W3a:

5,5 P

Das Schaubild zeigt einen Ausschnitt der verschobenen Normalparabel p_1.
Die Punkte $A(-3|-1)$ und $B(1|-1)$ liegen auf p_1.

Bestimmen Sie die Gleichung der Parabel p_1.

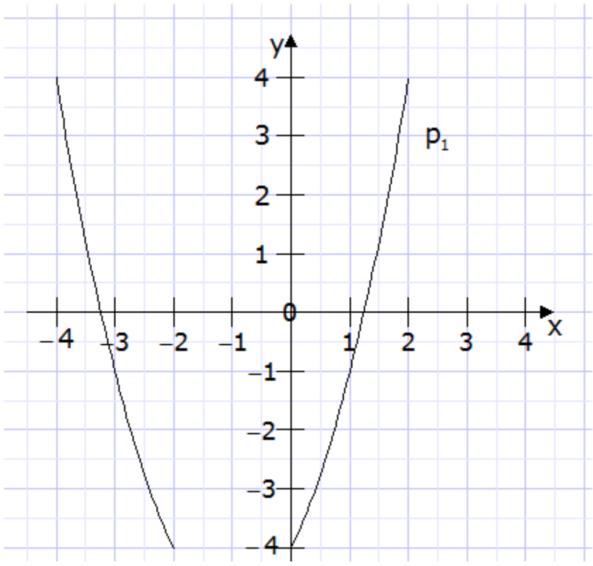
Die nach unten geöffnete Normalparabel p_2 hat den Scheitelpunkt $S_2(0|8)$.

Durch die beiden Scheitelpunkte verläuft eine Gerade g.

Berechnen Sie die Gleichung der Geraden g.

Eine Gerade h verläuft parallel zu g und geht durch einen der beiden Schnittpunkte von p_1 und p_2.

Berechnen Sie eine mögliche Gleichung der Geraden h.



Lösung 2016 W3a:

1. Berechnung der Funktionsgleichung der Parabel p_1:

$p_1: y = x^2 + px + q$ Allgemeine Parabelgleichung

$\left| \begin{array}{l} A(-3|-1) \\ B(1|-1) \end{array} \right.$

Punktkoordinaten einsetzen

$$\left. \begin{array}{l} \text{I}: -1 = (-3)^2 + p \cdot (-3) + q \\ \text{II}: -1 = 1^2 + p \cdot 1 + q \end{array} \right|$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{I}': -1 = 9 - 3p + q \\ \text{II}': -1 = 1 + p + q \end{array} \right|$$ Seiten tauschen

$$\left. \begin{array}{l} \text{I}': 9 - 3p + q = -1 \\ \text{II}': 1 + p + q = -1 \end{array} \right| \quad \begin{array}{l} |-9+3p \\ |-1-p \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{I}'': q = -10 + 3p \\ \text{II}'': q = -2 - p \end{array} \right|$$ Gleichsetzungsverfahren

$\text{I}'' = \text{II}'': -10 + 3p = -2 - p \quad |+10+p$

$4p = 8 \quad |:4$

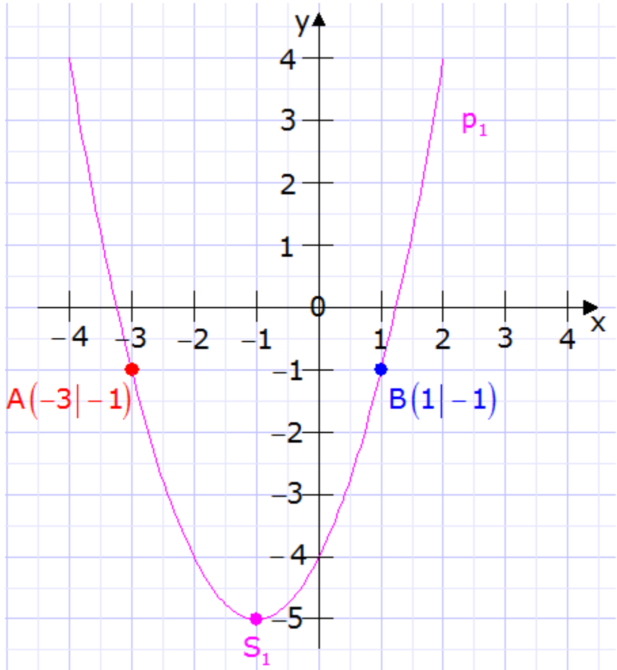
$\underline{p = 2}$ p = 2 in I'' einsetzen

$\text{I}'': q = -10 + 3 \cdot 2$

$q = -10 + 6$

$\underline{q = -4}$

$\underline{\underline{p_1: y = x^2 + 2x - 4}}$ Funktionsgleichung der Parabel p_1



Lösung 2016 W3a:

2. Berechnung des Scheitelpunktes S_1:

$p1: y = x^2 + 2x - 4$ quadratische Ergänzung

$y = x^2 + 2x + 1 - 1 - 4$

$y = (x^2 + 2x + 1) - 1 - 4$ 1. binomische Formel

$y = (x+1)^2 - 5$

$y = (x-b)^2 + d\ ;\ S(b|d)$ Scheitelgleichung

$y = (x-(-1))^2 + (-5)\ ;\ S(-1|-5)$

$\underline{S_1(-1|-5)}$

3. Berechnung der Funktionsgleichung der Geraden g:

$y = m \cdot x + b$ Allgemeine Geradengleichung

$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ Koordinaten der Scheitelpunkte einsetzen

$m = \frac{8-(-5)}{0-(-1)}$

$m = \frac{8+5}{0+1}$

$\underline{m = 13}$

$y = 13x + b$ Koordinaten des Scheitelpunktes S_2 einsetzen

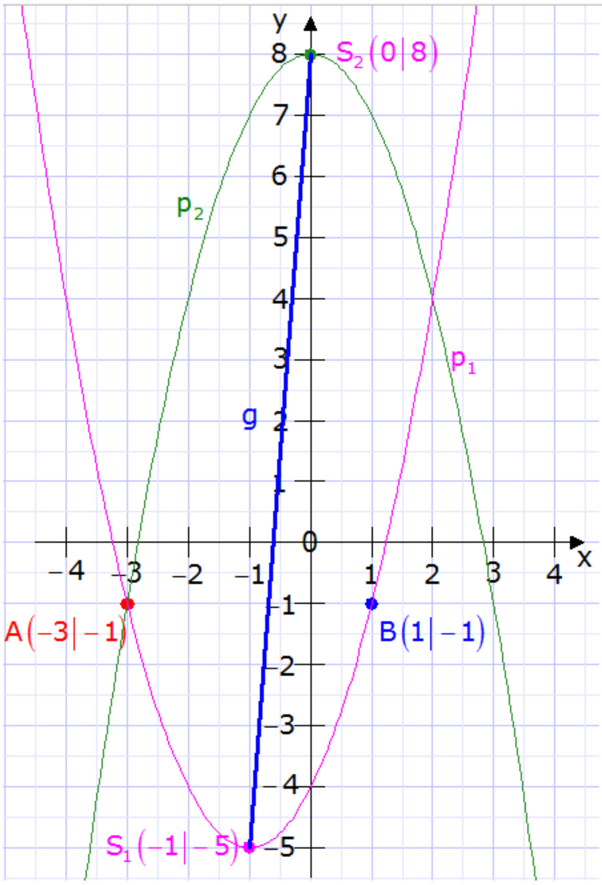
$8 = 13 \cdot 0 + b$ Seiten tauschen

$13 \cdot 0 + b = 8$

$0 + b = 8$

$\underline{b = 8}$

$\underline{\underline{g: y = 13x + 8}}$ Funktionsgleichung der Geraden g



Lösung 2016 W3a:

4. Berechnung der Funktionsgleichung von p_2:

$p_2: y = -x^2 + 8$ Nach unten geöffnete Normalparabel, um 8 nach oben verschoben

5. Berechnung der Schnittstellen P und Q von p_1 und p_2:

$$\begin{array}{l|} \mathrm{I}: y = x^2 + 2x - 4 \\ \mathrm{II}: y = -x^2 + 8 \end{array}$$ Gleichsetzungsverfahren

$\mathrm{I} = \mathrm{II}: x^2 + 2x - 4 = -x^2 + 8 \quad | + x^2 - 8$

$2x^2 + 2x - 12 = 0 \quad | : 2$

$x^2 + x - 6 = 0$ Quadratische Gleichung in der Normalform

$x^2 + px + q = 0$

$x^2 + 1 \cdot x - 6 = 0$ p und q bestimmen

$p = 1$

$q = -6$

$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$ Lösungsformel

$x_{1,2} = -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1^2}{4} - (-6)}$

$x_{1,2} = -0,5 \pm \sqrt{\frac{1}{4} + 6}$

$x_{1,2} = -0,5 \pm \sqrt{0,25 + 6}$

$x_{1,2} = -0,5 \pm \sqrt{6,25}$

$x_{1,2} = -0,5 \pm 2,5$

$\underline{x_1} = -0,5 + 2,5 = \underline{2}$

$\underline{x_2} = -0,5 - 2,5 = \underline{-3}$

$\mathrm{II}: y_1 = -2^2 + 8$ $x_1 = 2$ in II einsetzen

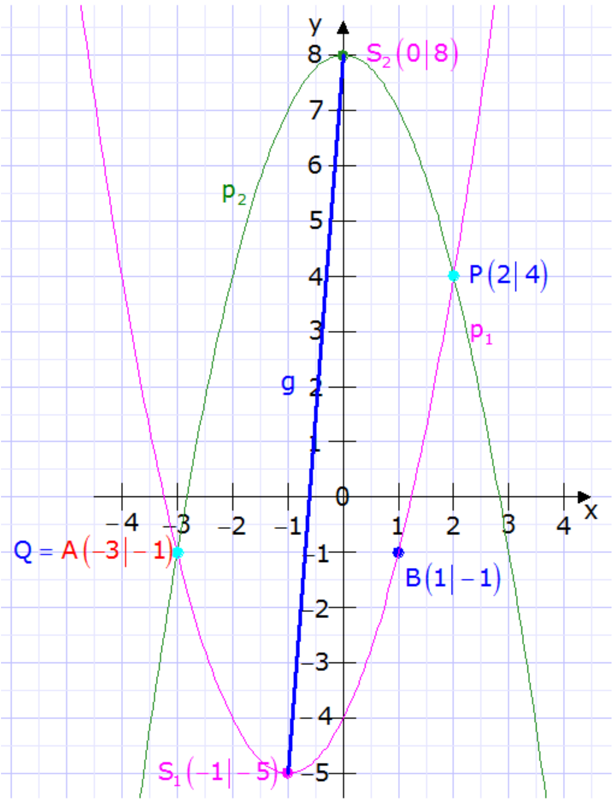
$y_1 = -4 + 8$

$\underline{y_1 = 4} \quad \Rightarrow \underline{P(2|4)}$

$\mathrm{II}: y_2 = -(-3)^2 + 8$ $x_2 = -3$ in II einsetzen

$y_2 = -9 + 8$

$\underline{y_2 = -1} \quad \Rightarrow \underline{Q(-3|-1)}$



Lösung 2016 W3a:

6. Berechnung der Funktionsgleichung der Parallelen h:

$y = m \cdot x + b$ Allgemeine Geradengleichung

$y = 13x + b$ m = 13, da parallel zu g

$4 = 13 \cdot 2 + b$ Koordinaten des Punktes $P(2|4)$ einsetzen

$4 = 26 + b$ Seiten tauschen

$26 + b = 4$ $\quad | -26$

$\underline{b = -22} \quad \Rightarrow \underline{\underline{h: y = 13x - 22}}$

oder:

$y = 13x + b$

$-1 = 13 \cdot (-3) + b$ Koordinaten des Punktes $Q(-3|-1)$ einsetzen

$-1 = -39 + b$ Seiten tauschen

$-39 + b = -1$ $\quad | +39$

$\underline{b = 38} \quad \Rightarrow \underline{\underline{h: y = 13x + 38}}$