

Wahlaufgaben

Aufgabe 2015 W2b:

Ein zusammengesetzter Körper besteht aus einem gleichschenkligen Dreiecksprisma und einem halben Kegel (siehe Skizze).

4,5 P

Es gilt:

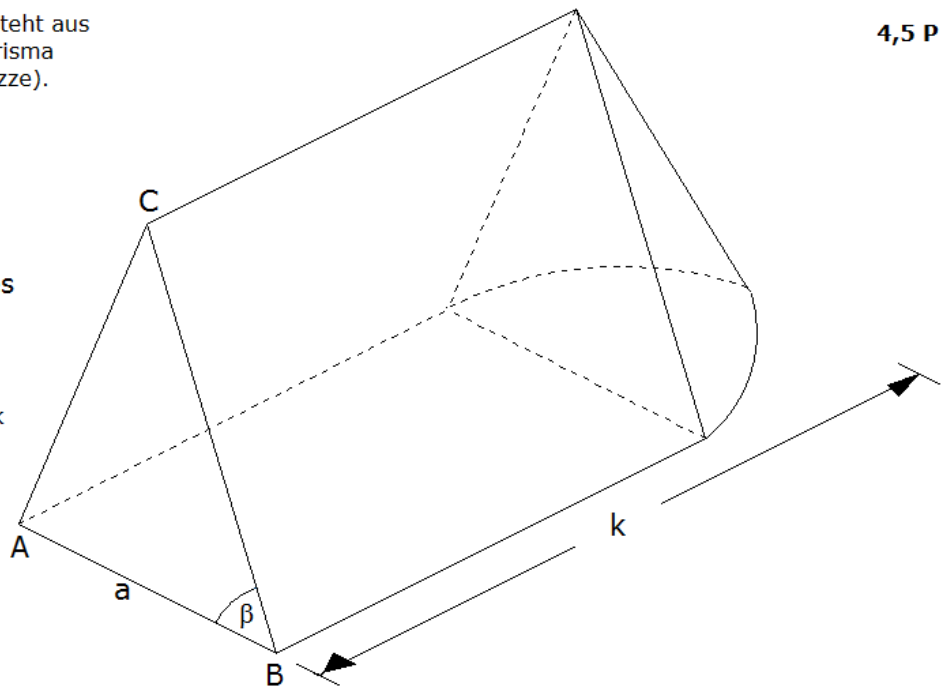
$$\overline{AC} = \overline{BC}$$

$$\overline{AB} = 11,4 \text{ cm}$$

$$\beta = 62,0^\circ$$

$$V_{\text{ges}} = 1280 \text{ cm}^3 \text{ (Volumen des zusammengesetzten Körpers)}$$

Berechnen Sie die Gesamtlänge k des zusammengesetzten Körpers.



Strategie 2015 W2b:

Gegeben:

$$\overline{AC} = \overline{BC}$$

$$\overline{AB} = 11,4 \text{ cm}$$

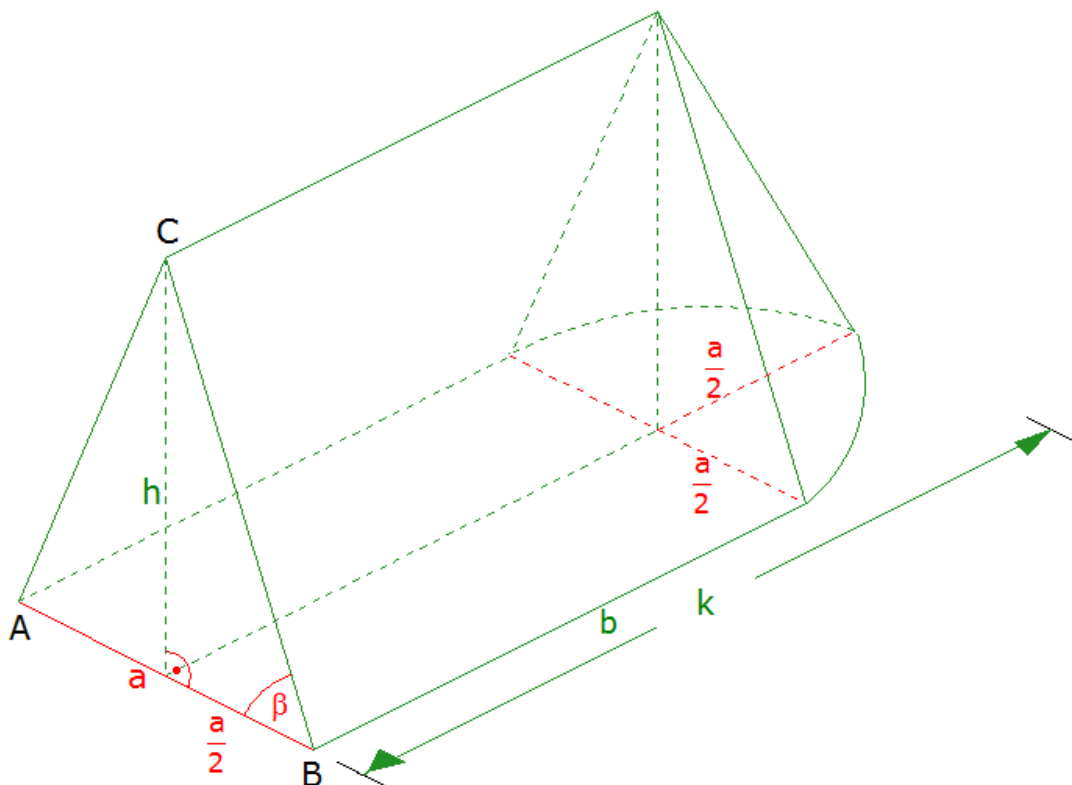
$$\beta = 62,0^\circ$$

$$V_{\text{ges}} = 1280 \text{ cm}^3$$

Gesucht:

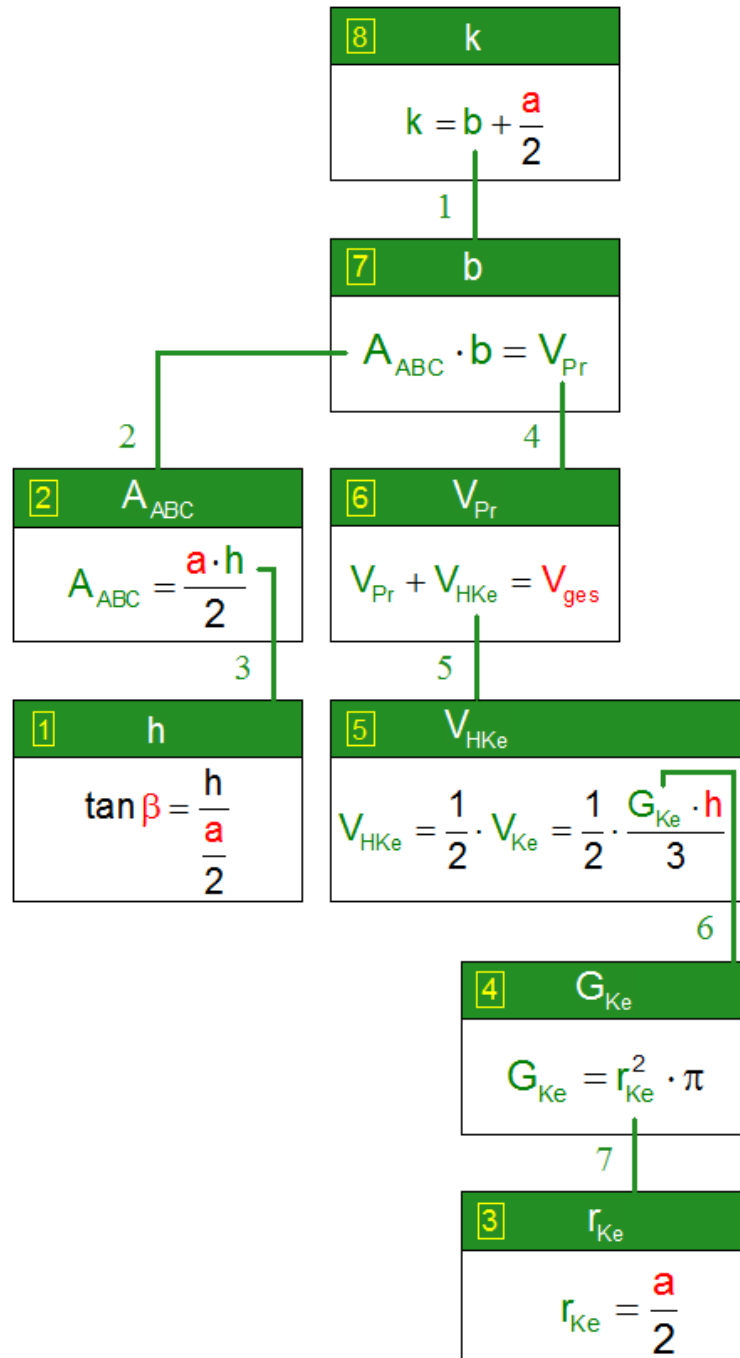
k

Skizze:



Strategie 2015 W2b:

Struktogramm:



Lösung 2015 W2b:

1. Berechnung der Dreieckshöhe h:

$$\tan \beta = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}} = \frac{h}{\frac{a}{2}}$$

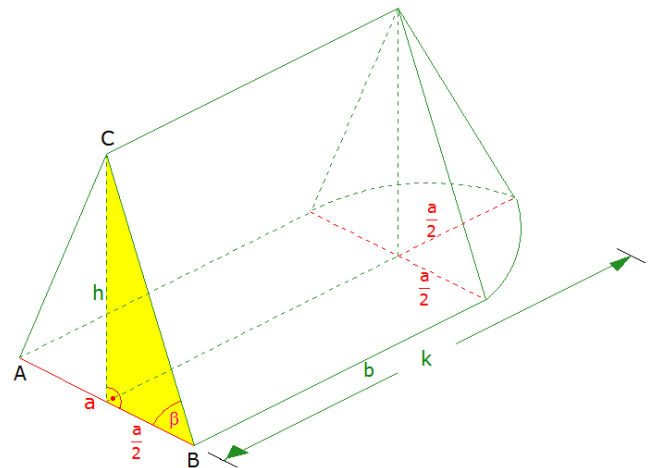
Tangensfunktion
im rechtwinkligen
gelben
Teildreieck

$$\tan 62^\circ = \frac{h}{\frac{11,4}{2}}$$

$$1,8807 = \frac{h}{5,7}$$

$$\frac{h}{5,7} = 1,8807 \quad | \cdot 5,7$$

$$\underline{h = 10,72 \text{ cm}}$$



2. Berechnung der Dreiecksfläche A_{ABC}:

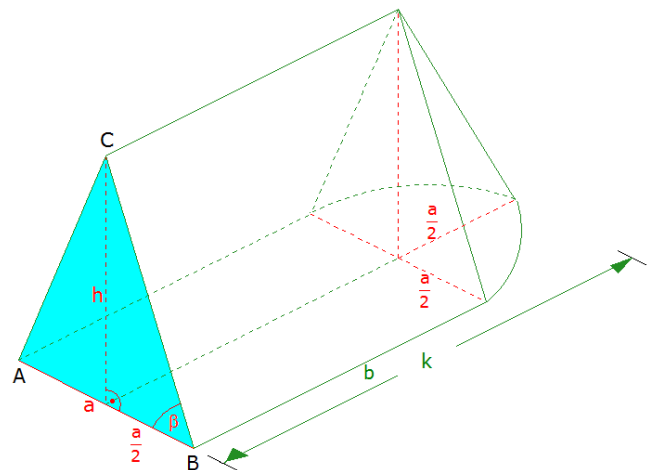
$$A_{ABC} = \frac{a \cdot h}{2}$$

Flächenformel Dreieck

$$A_{ABC} = \frac{11,4 \cdot 10,72}{2}$$

$$A_{ABC} = \frac{122,208}{2}$$

$$\underline{A_{ABC} = 61,10 \text{ cm}^2}$$

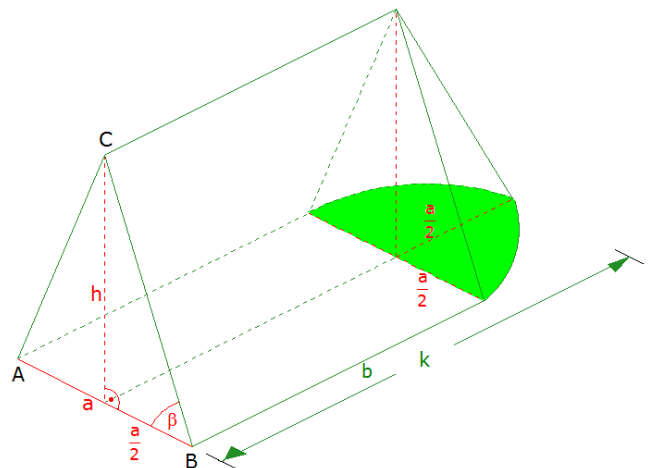


3. Berechnung Kegelradius r_{Ke}:

$$r_{Ke} = \frac{a}{2}$$

$$r_{Ke} = \frac{11,4}{2}$$

$$\underline{r_{Ke} = 5,7 \text{ cm}}$$



4. Berechnung der Kegelgrundfläche G_{Ke}:

$$G_{Ke} = r_{Ke}^2 \cdot \pi$$

Formel Kreisfläche

$$G_{Ke} = 5,7^2 \cdot \pi$$

$$G_{Ke} = 32,49 \cdot \pi$$

$$\underline{G_{Ke} = 102,07 \text{ cm}^2}$$

Lösung 2015 W2b:

5. Berechnung des Halbkegelvolumens V_{HKe} :

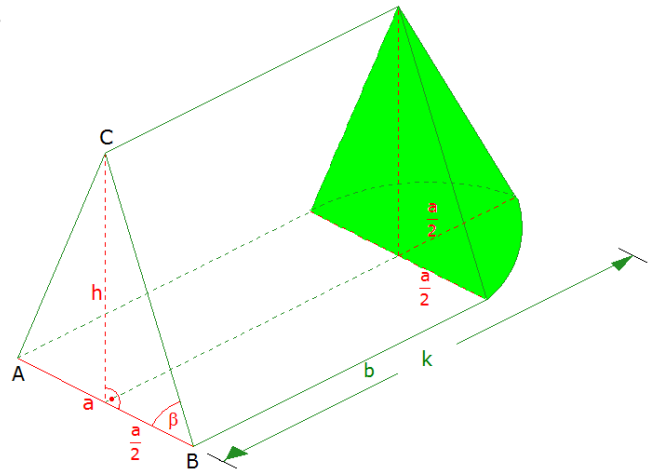
$$V_{\text{HKe}} = \frac{1}{2} \cdot V_{\text{Ke}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{G_{\text{Ke}} \cdot h}{3}$$

$$V_{\text{HKe}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{102,07 \cdot 10,72}{3}$$

$$V_{\text{HKe}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1094,1904}{3}$$

$$V_{\text{HKe}} = \frac{1}{2} \cdot 364,73$$

$$\underline{V_{\text{HKe}} = 182,37 \text{ cm}^3}$$



6. Berechnung des Prismenvolumens V_{Pr} :

$$V_{\text{Pr}} + V_{\text{HKe}} = V_{\text{ges}}$$

$$V_{\text{Pr}} + 182,37 = 1280 \quad | -182,37$$

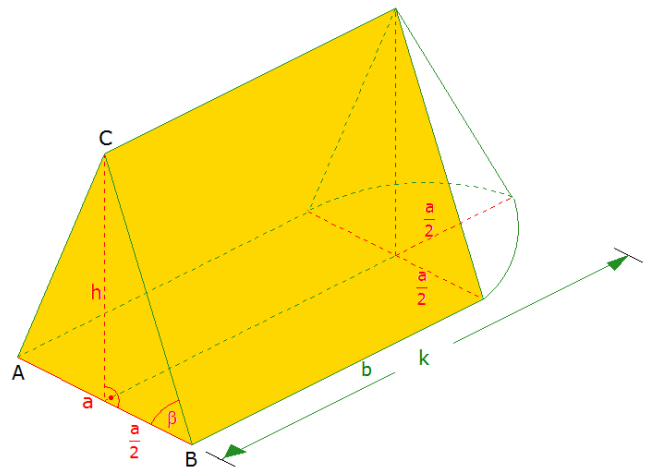
$$\underline{V_{\text{Pr}} = 1097,63 \text{ cm}^3}$$

7. Berechnung der Prismenlänge b:

$$A_{\text{ABC}} \cdot b = V_{\text{Pr}}$$

$$61,10 \cdot b = 1097,63 \quad | :61,10$$

$$\underline{b = 17,96 \text{ cm}}$$



8. Berechnung der Gesamtlänge k:

$$k = b + \frac{a}{2}$$

$$k = 17,96 + \frac{11,4}{2}$$

$$k = 17,96 + 5,7$$

$$\underline{\underline{k = 23,66 \text{ cm}}}$$

